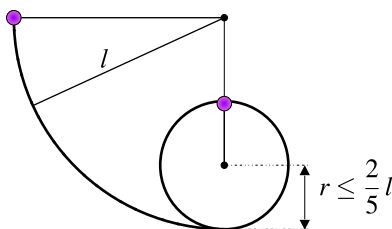


## 115. Inga feltekeredése

Térítsünk ki vízszintes helyzetig egy fonálingát, majd engedjük el. Amikor a fonál függőleges helyzetbe jut, tehát az ingatest sebessége maximális, a fonál elkezd feltekeredni egy vékony rúdon, ami akadályként a fonál útjában áll, merőlegesen az ingamozgás síkjára. Amint a fonál fokozatosan feltekeredik a rúdra, az ingatest egyre kisebb sugarú körön mozog, átlagos szögsebessége ezért megnő.



Hol helyezkedhet el az akadály úgy, hogy a fonál sohasem lazuljon meg a mozgás során? Legyen az inga hossza  $l$ , majd az akadály kényszerítse  $r$  sugarú körpályára az ingatestet. A legkritikusabb pont a körpálya tetőpontja. Ha a fonál éppen a meglazulás határhelyzetében van, akkor a tetőpontban az ingatestre csak a nehézségi erő hat, a nehézségi erő fedezi a körmozgáshoz szükséges centripetális erőt:

$$mg = m \frac{v^2}{r},$$

amiből kiszámíthatjuk, hogy az  $r$  sugarú pálya teljes befutásához a tetőpontban  $v = \sqrt{gr}$  nagyságú sebességre van szükség.

Az energia-megmaradás alapján találhatunk összefüggést a körpálya sugara és a tetőponti sebesség között. A helyzeti energia nulla szintje legyen a pálya legalsó pontjában. Így a kiinduláskor az ingatest  $mgl$  helyzeti energiával rendelkezik, az  $r$  sugarú körpálya tetőpontjában pedig  $mg \cdot 2r$  helyzeti energiával és  $\frac{1}{2}mv^2$  mozgási energiával. Írjuk fel a két állapotra a mechanikai energia-megmaradás tételét, és helyettesítsük be a sebesség értékébe a fenti  $v = \sqrt{gr}$  kritikus értéket:

$$mgl = 2mgr + \frac{1}{2}mv^2 = 2mgr + \frac{1}{2}mgr = \frac{5}{2}mgr.$$

Az egyenlet első és utolsó tagjának egyenlőségéből  $r = \frac{2}{5}l$  érték adódik, ami azt jelenti, hogy az akadály nem lehet a pálya aljától számítva  $r = \frac{2}{5}l$ -nél magasabban, ha azt várjuk el, hogy a fonál sohasem lazuljon meg a mozgás során.