114. Rugóállandó mérése

A rugóállandót megmérhetjük sztatikus és dinamikus módon is. A sztatikus mérésnél lényegében azt vizsgáljuk, hogy bizonyos terhelések hatására mekkora deformációval reagál a rugó. A dinamikus mérés esetén azt mérjük, hogy mekkora periódusidejű rezgéseket végez a rugó, ha különböző tömegeket erősítünk rá.

A rugóállandót sztatikus módszerrel a definiáló egyenlet (Hooke-törvény) alapján mérhetjük meg:

$$F = Dx,$$

ahol F a rugót feszítő erő, x a rugó megnyúlása, D pedig a rugóállandó. Ha a rugót függőlegesen felfüggesztjük, és a rugó aljára különböző ismert tömegeket akasztunk, akkor a rugót feszítő erőt $F = mg$ alakban adhatjuk meg. Ilyen módon a rugóállandót a

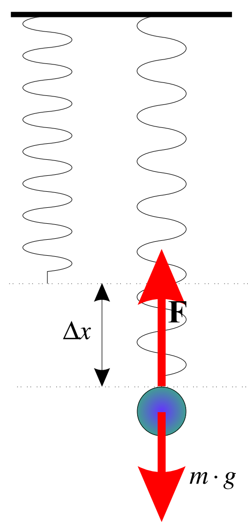
$$D = \frac{mg}{x}$$

összefüggés alapján számíthatjuk ki.

Pontosabbá tehetjük a mérést (a mérés relatív hibáját 1% alá csökkenthetjük), ha több mérést végzünk, és ábrázoljuk a rugó x megnyúlását az aljára akasztott m tömeg függvényében. A grafikonon megjelenített pontokra jó közelítéssel egyenest illeszthetünk, amelynek meredeksége:

$$\frac{\Delta x}{\Delta m} = \frac{g}{D},$$

amiből a rugó D rugóállandója kifejezhető.



Megjegyzés: Vannak olyan rugók, amelyekben alapállapotban mechanikai összehúzó feszültség van, így csak bizonyos terhelés elérése után kezdenek nyúlni. Az ideális rugókra jellemző lineáris erőtörvény alapján a húzóerő és a megnyúlás nulla szintjét tetszőlegesen választhatjuk meg, ezért nem szükséges a mérést a rugó terheletlen állapotában kezdeni, hanem a lineáris szakasz bármely pontját választhatjuk nulla-szintnek. Ezzel a módszerrel a megnyúlás-terhelés grafikon egyenese mindig áthalad az origón.

A rugóállandó dinamikus mérése a rugóra akasztott test rezgésidejének mérésén alapszik. Jól ismert, hogy a D rugóállandójú rugóra akasztott m tömegű test rezgésideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}.$$

A rezgésidő képletéből meghatározhatjuk a rugóállandót:

$$D = \frac{4\pi^2 m}{T^2}.$$

A sztatikus és a dinamikus mérést összehasonlítva gyakran azt tapasztalhatjuk, hogy a kétféle módszerrel kapott eredmény jelentősen eltér egymástól. Az eltérés oka az, hogy a rezgésben a rugóra akasztott test mellett a rugó saját tömege is részt vesz, a rugó menetei kisebb-nagyobb mértékben rezegnek. A függőleges helyzetű rugó legfelső pontja egyáltalán nem mozog, a legalsó pontja pedig együtt mozog a rugóra akasztott testtel. Ezért a fenti képletben az m tömeghez hozzá kell adnunk valamennyit, amit a rugó effektív tömegének nevezünk, és m_{eff}-vel jelölünk.

A rugó effektív tömegét kísérletileg a következőképpen határozhatjuk meg. Végezzünk rezgésidő méréseket különböző tömegekkel. Ábrázoljuk a rezgésidő négyzetét a rugóra akasztott tömeg függvényében. Ha a fenti képlet érvényes lenne, vagyis a rezgésidő négyzete egyenesen arányos lenne a rugóra akasztott tömeggel ($T^2 = \frac{4\pi^2}{D}m$), akkor az ábrázolás origón átmenő egyenest mutatna, melynek meredeksége $\frac{4\pi^2}{D}$. A mérést elvégezve azt tapasztaljuk, hogy az ábrázolt pontok valóban egyenesen fekszenek, azonban az egyenes nem megy át az origón, hanem a pontokra fektetett egyenes valamilyen negatív tömeg értéknél metszi a vízszintes tengelyt. Ez a metszéspont éppen az effektív tömegnek felel meg. Ha ezzel a tömegértékkel vízszintes irányban eltoljuk a függvényt, vagyis az $m \to m + m_{\text{eff}}$ függvény-transzformációt hajtjuk végre, akkor a $T^2 = \frac{4\pi^2}{D}(m + m_{\text{eff}})$ függvénykapcsolat már valóban egyenes arányosságot, origón átmenő egyenest mutat. Természetesen ennek a párhuzamosan eltolt egyenesnek is ugyanakkora a meredeksége, amiből a kiszámított D rugóállandó nagy pontossággal megegyezik a sztatikus módszerrel kapott rugóállandóval.

A rezgésidő mérések azt mutatják, és az elméleti közelítő számítások is megerősítik, hogy a rugó effektív tömege nagyjából megegyezik a valódi rugótömeg egyharmad részével: $m_{\text{eff}} = \frac{m_{\text{rugó}}}{3}$. Mérleg segítségével meggyőződhetünk arról, hogy a grafikonról leolvasható effektív rugótömeg valóban jó közelítéssel megegyezik a rugó tömegének egyharmadával. Így végül is arra a következtetésre jutottunk, hogy a rugóra akasztott test rezgésidejének meghatározására szolgáló formula ilyen módon finomítható:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m + \frac{m_{\text{rugó}}}{3}}{D}}.$$

Ha a rugó tömege elhanyagolható a rugóra akasztott tömeghez képest, akkor várakozásaink szerint visszakapjuk a régi, jól ismert formulát.