

107. Rugalmas ütközés

Tökéletesen rugalmas ütközésekkor az impulzus (lendület) megmaradásán kívül a mozgási energia megmaradása is érvényes, vagyis a testek ütközés előtti lendületének, illetve mozgási energiájának összege megegyezik a testek ütközés utáni lendületének, illetve mozgási energiájának összegével.

A következőkben kizárólag olyan egyenes és centrális tökéletesen rugalmas ütközésekre szorítkozunk, amikor a céltárgy kezdetben áll. A rugalmas ütközéseket két szakaszra bonthatjuk; az első szakaszban összenyomódás játszódik le, a második szakaszban pedig szétlökődés. Tökéletesen rugalmas ütközésekkor ugyanolyan erőlkések játszódnak le összenyomódáskor, mint szétlökődéskor. A két szimmetrikus folyamat között az ütköző testek azonos sebességgel mozognak egy pillanatra. Ezt a közös sebességet jelöljük c -vel, amit a lendület-megmaradás törvénye segítségével határozhatunk meg:

$$m_1 v = (m_1 + m_2)c,$$

ahol a lövedék tömegét m_1 -gyel, a céltárgy tömegét pedig m_2 -vel jelöltük, továbbá v jelöli a lövedék kezdeti sebességét. A lövedék ütközés utáni sebessége legyen v_1 , a céltárgyé pedig v_2 .

Az összenyomódás során a céltárgy olyan erőlkést kap, ami sebességét nulláról c -re változtatja. A szétlökődéskor ez az erőlkés megismétlődik, vagyis a céltárgy sebessége az ütközés után:

$$v_2 = 2c = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v.$$

A lövedék esetén összenyomódáskor a sebességváltozás $c - v$, és ez ismétlődik meg a szétlökődéskor, vagyis az ütközés után a lövedék teljes sebességváltozása $2(c - v)$ lesz. Ennek megfelelően a lövedék ütközés utáni sebessége:

$$v_1 = v + 2(c - v) = 2c - v = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2} - v = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v.$$

Ha a lövedék és a céltárgy tömege megegyezik ($m_1 = m_2$), akkor a fenti összefüggések alapján a lövedék ütközés utáni sebességére $v_1 = 0$ adódik, illetve a céltárgy sebessége $v_2 = v$ lesz, vagyis egyenlő tömegek esetén sebességcsere játszódik le.

Legyen a lövedék tömege k -szor nagyobb a céltárgyénál ($k = \frac{m_1}{m_2} > 1$). Ilyenkor a lövedék sebessége az ütközés után $v_1 = \frac{k-1}{k+1}v$ lesz, illetve a céltárgy $v_2 = \frac{2k}{k+1}v$ sebességgel mozog. Vegyük észre, hogy ha a lövedék tömege sokkal nagyobb a céltárgy tömegénél ($k \gg 1$), akkor az ütközés után a lövedék lényegében változatlan $v_1 \approx v$ sebességgel halad tovább (nem vesz tudomást a könnyű céltárgyról), illetve ekkor a céltárgy közelítőleg $v_2 \approx 2v$ sebességet szerez (mintegy visszapattan a végtelen tömegű lövedékről).

Végül legyen a céltárgy tömege k -szor nagyobb a lövedékénél ($k = \frac{m_2}{m_1} > 1$). A behelyettesítést elvégezve ezt kapjuk:

$$v_1 = \frac{1-k}{1+k}v < 1$$

$$v_2 = \frac{2}{1+k}v.$$

Láthatjuk, hogy ilyen esetben a könnyű lövedék visszapattan a céltárgyról (v_1 ellenkező előjelű, mint v). Ha a céltárgy tömege sokkal nagyobb a lövedékénél, akkor $v_1 \approx -v$ (ilyenkor a lövedék pattan vissza a céltárgyról), illetve $v_2 \approx 0$ (a kicsiny lövedék alig tudja meglökni a nagy céltárgyat).

Érdekes megfigyelni a lövedék és a céltárgy lendület-változását, amikor a lövedék visszapattan a céltárgyról ($k = \frac{m_2}{m_1} > 1$). A lövedék kezdeti lendülete $I_0 = m_1v$, ami $I_1 = m_1v_1$ -re változik, vagyis a lövedék lendület-változása:

$$\Delta I_{\text{lövedék}} = m_1v_1 - m_1v = -\frac{2k}{1+k}m_1v.$$

Könnyen meggyőződhetünk arról, hogy ennek a lendület-változásnak a (-1) -szerese a céltárgy lendülete (illetve egyben lendület-változása is, hiszen a céltárgy állt):

$$\Delta I_{\text{céltárgy}} = I_{\text{céltárgy}} = \frac{2k}{1+k}m_1v > m_1v.$$

Mivel $k > 1$, láthatjuk, hogy a céltárgy nagyobb lendületet kapott, mint amekkorával a lövedék kezdetben rendelkezett. Ennek oka az, hogy a lövedék visszapattan a céltárgyról, tehát lendület-változásának abszolút értéke nagyobb, mint a kezdeti lendületének nagysága. Ha a céltárgy tömege sokkal nagyobb a lövedékénél, akkor a lövedék saját kezdeti lendületének közel kétszeresét adja át a céltárgynak, miközben mozgási energiáját megőrzi. Ha tehát egy labda közelítőleg tökéletesen rugalmasan pattan vissza a talajról, akkor lendületének kétszeresét adja át a Földnek, miközben mozgási energiájára gondosan ügyel, hogy abból szemernyit se veszítsen.